

การเปลี่ยนแปลงลักษณะท้องน้ำแบบตะกอนทรายภายใต้การไหลแบบไม่คงที่

Morphodynamic of sand bed evolution under unsteady flow

สนิธ วงษา ¹sanit.won@kmutt.ac.th

¹Asst.Prof. Department of Civil Technology Education, Faculty of Industrial Education and Technology, King Mongkut's University of Technology Thonburi, Thailand

บทคัดย่อ : งานวิจัยนี้นำเสนอแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อศึกษาพลวัตของรูปลักษณะของท้องน้ำภายใต้สภาวะการไหลแบบต่าง ๆ ในแม่น้ำที่เป็นเส้นตรง สมการพื้นฐานที่นำมาใช้เป็นสมการการไหลแบบไม่คงที่ชนิดสองมิติประกอบด้วยสมการการไหลต่อเนื่องและสมการโมเมนตัมสำหรับคำนวณสภาพการไหลของน้ำ การขนส่งตะกอน และการพังทลายของตลิ่ง ได้ใช้กระบวนการไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ตามแบบ CIP สำหรับแก้สมการการไหล และกระบวนการคำนวณแบบทำซ้ำสำหรับแก้สมการการไหลต่อเนื่องของตะกอนท้องน้ำและตะกอนแขวนลอย เพื่อคำนวณการเปลี่ยนแปลงรูปลักษณะของท้องน้ำที่เป็นแม่น้ำเส้นตรงกับแม่น้ำตวัดโค้ง รวมทั้งได้แสดงผลการประยุกต์แบบจำลองเทียบกับผลจากการทดลองเพื่อแสดงความสามารถของแบบจำลองภายใต้สภาวะการไหลแบบไม่คงที่ พบว่าสามารถคำนวณการเปลี่ยนแปลงรูปลักษณะของท้องน้ำได้เป็นอย่างดี แต่อย่างไรก็ตามความยาวของคลื่นท้องน้ำที่ได้จากการคำนวณจะยาวกว่าผลการทดลอง

ABSTRACT: In this research, a numerical model is proposed to investigate morphodynamic of sand bed configuration/evolution in straight channels. The 2-Dimensional, unsteady flow fields of continuity and momentum equations are using to solve water flow sediment transport and bank erosion. The Cubic Interpolation Pseudoparticle (CIP) method has been proposed for solving water flow. Time dependent channel bed deformation is calculated by iteration method by using continuity equation of bedload and/or suspended sediment transportation. Some numerical results of unsteady flow condition were compared with experimental data are presented to demonstrate ability of the model. It was found that the proposed model can be reproduced bedform very well. But, the calculated wave length of sand bed was longer than experimental results.

KEYWORDS: Morphodynamic, Bed evolution, Unsteady Flow, Numerical simulation, CIP



1. บทนำ

การศึกษาเกี่ยวกับขั้นตอนและกระบวนการของการเปลี่ยนแปลงรูปแบบพื้นฐานท้องน้ำที่เป็นตะกอนทราย ตลอดจนการกัดเซาะพังทลายของลาดตลิ่งในแม่น้ำ ตลอดจนการพัฒนาการและพฤติกรรมของการเปลี่ยนแปลงที่ทำให้แม่น้ำเส้นตรงแล้วเกิดความคดโค้งหรือตัวโค้งที่มีลักษณะการไหลสลับซับซ้อนมากขึ้นนั้น นับว่ามีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งต่อการศึกษาการเปลี่ยนแปลงทางกายภาพของลักษณะสภาพภูมิประเทศ การวางแผนบริหารจัดการลุ่มน้ำ ตลอดจนการป้องกันอุทกภัยน้ำท่วมเมื่อเกิดน้ำหลากในบริเวณช่วงที่แม่น้ำมีความคดโค้งมากก็มักจะพบว่าเกิดการลัด (Cutoffs) ของเส้นทางน้ำหลากจนเปลี่ยนแปลงเส้นทางไหลของแม่น้ำและเกิดเป็นทางน้ำใหม่ได้



ภาพที่ 1 การพังทลายของตลิ่งในแม่น้ำกจ. เชียงราย

ในอดีตที่ผ่านมาได้มีผลงานวิจัยที่ศึกษาถึงการเปลี่ยนแปลงรูปแบบพื้นฐานท้องน้ำที่รวมเอาการกัดเซาะของลาดตลิ่งแม่น้ำที่คดโค้งมาส่วนใหญ่ก็จะจำกัดอยู่เฉพาะทางด้านทฤษฎีกับการทดลองเท่านั้น ความสัมพันธ์ที่ทราบจะเป็นเชิงประสบการณ์หรือการทดลองมากกว่าทฤษฎี (Empirical) ส่วนงานวิจัยโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์นั้นยังไม่ค่อยแพร่หลายมากนัก ทั้งนี้อาจสืบเนื่องมาจากพฤติกรรมพลวัตของสัณฐานท้องน้ำ การกัดเซาะและพังทลายของลาดตลิ่งของแม่น้ำตะกอนทรายยังไม่มีหลักการทางทฤษฎีที่ชัดเจนมากนัก อีกทั้งการคำนวณจนกระทั่งได้รูปแบบพื้นฐานท้องน้ำในสถานะสมดุลภายใต้สถานการณ์หนึ่งๆ ต้องใช้เวลาที่ค่อนข้างยาวนานมาก แต่สถานะสมดุลนี้จะเปลี่ยนแปลงไปตามพลวัตของการไหลนั้นๆ

งานวิจัยด้านทฤษฎีและการทดลองในห้องปฏิบัติการในอดีตเกี่ยวกับความคดโค้งของแม่น้ำ อาทิเช่น งานวิจัยในยุคต้นๆ ของ Langbein และ Leopold [1] นำเสนอฟังก์ชันแบบเส้นโค้งไซน์เพื่อแสดงความคดโค้งของแม่น้ำซึ่งก็สามารถแสดงได้เป็นอย่างดีสำหรับแม่น้ำที่ไม่คดโค้งมากและไม่สลับซับซ้อนมากนัก สำหรับแม่น้ำที่มีความคดโค้งมากโดยทั่วไปแล้วจะพบว่ามึรูปแบบรูปแปลนเป็นเส้นโค้งตามแบบของ Kinoshita [2], Kinoshi และคณะ [3] (Hickin [4], Parker และคณะ [5], Parker และ Andrew [6]) ส่วนงานศึกษาเกี่ยวกับการทดลองภายใต้สภาวะการไหลแบบคงที่ อาทิเช่น Hasekawa [7], Hasekawa และ Yamaoka [8], Yamaoka และ Hasekawa [9], Colombini และคณะ [10] เพื่อหาความสัมพันธ์ของตัวแปรทางชลศาสตร์กับรูปแบบสัณฐานของท้องน้ำภายใต้สภาวะต่างๆ รวมทั้งหาสมการคำนวณปริมาณตะกอนท้องน้ำกับตะกอนแขวนลอย ในปัจจุบันมีความรู้ด้านนี้พอสมควร แต่การทดลองภายใต้สภาวะการไหลแบบไม่คงที่นั้นแทบไม่มีงานวิจัยด้านนี้เลย เช่น Watanabe และคณะ [13] ซึ่งเป็นการทดลองกรณีเป็นแม่น้ำเส้นตรงที่ไม่มีการพังทลายของตลิ่ง ทั้งนี้อาจจะเนื่องมาจากไม่มีความสัมพันธ์ที่ชัดเจนระหว่างการเปลี่ยนแปลงรูปแบบพื้นฐานของท้องน้ำกับการไหลแบบไม่คงที่ ส่วนงานวิจัยโดยแบบจำลองคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ก็มักจำกัดอยู่ในวงแคบๆ คือ



รูปแบบพื้นฐานที่องน้ำในสภาวะสมดุล การพังทลายของตลิ่ง ความเร็วในการเคลื่อนที่ของตลิ่ง และความลึกกักเซาะในสภาวะสมดุลเกือบทั้งสิ้น เช่น Beck [14], Shimizu และคณะ [15], Jang และคณะ [16], Wongsu และ Shimizu [17] และ สนิท [18] เป็นต้น ทั้งนี้เพราะเป็นปรากฏการณ์ที่มีความสลับซับซ้อนมีทั้งพฤติกรรมทางด้านชลศาสตร์กับการขนส่งของตะกอนพร้อมๆ กันไปด้วย และเขียน โปรแกรมคำนวณได้ยาก

ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ชนิดสองมิติเพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงรูปแบบพื้นฐานของแม่น้ำแบบตะกอนทรายที่คำนึงถึงทั้งลาดตลิ่งที่ไม่มีการกัดเซาะกับมีการกัดเซาะ สมการพื้นฐานที่นำมาใช้เป็นสมการการไหลแบบไม่คงที่ชนิดสองมิติ ประกอบด้วยสมการการไหลต่อเนื่องและสมการ โมเมนตัมสำหรับคำนวณสภาพการไหลของน้ำและการขนส่งตะกอน โดยใช้ระบบพิกัดเคลื่อนที่แบบปรับเปลี่ยนสภาพขอบเขต ได้ใช้กระบวนการไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ตามแบบวิธี CIP (Cubic interpolation pseudoparticle) เพื่อแก้สมการการไหลของน้ำ และกระบวนการคำนวณแบบทำซ้ำ สำหรับแก้สมการการไหลต่อเนื่องของตะกอนที่องน้ำเพื่อคำนวณการเปลี่ยนแปลงรูปแบบพื้นฐานที่องน้ำของแม่น้ำแบบตะกอนทราย

2. สมการพื้นฐาน

2.1 สมการการไหลของน้ำ

สมการพื้นฐานที่ถูกนำมาใช้ในงานวิจัยนี้ประกอบด้วยสมการการไหลต่อเนื่องและสมการ โมเมนตัม ซึ่งในระบบพิกัดแบบฉาก เขียนได้เป็น

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial(hu^2)}{\partial x} + \frac{\partial(huv)}{\partial y} = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left[v \frac{\partial(hu)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[v \frac{\partial(hu)}{\partial y} \right] \tag{2}$$

$$\frac{\partial(hv)}{\partial t} + \frac{\partial(huv)}{\partial x} + \frac{\partial(hv^2)}{\partial y} = -gh \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left[v \frac{\partial(hv)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[v \frac{\partial(hv)}{\partial y} \right] \tag{3}$$

โดยที่ h เป็น ความลึก, u, v เป็น ความเร็วเฉลี่ยในแนวดิ่ง, τ_b เป็น ความเค้นเฉือน, ρ เป็น ความหนาแน่นของน้ำ, H เป็น ค่าเสาระดับ ($H=Z_b+h$), Z_b เป็น ระดับที่องน้ำ, v เป็น ความหนืดจลน์, t เป็น เวลา และ x, y เป็น แนวกว้างของระบบพิกัดแบบฉากตามทิศทางการไหลกับทิศทางตั้งฉากตามลำดับ

พจน์ของความเค้นเฉือน τ_{bx}, τ_{by} และความหนืดจลน์สามารถคำนวณได้จาก

$$\tau_{bx} = \rho C_d u \sqrt{u^2 + v^2} \tag{4a}$$

$$\tau_{by} = \rho C_d v \sqrt{u^2 + v^2} \tag{4b}$$

$$v = \frac{K}{6} u_* h \tag{5}$$

โดยที่ C_d เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน, K เป็น ค่าคงที่ของ Karman (มีค่าเท่ากับ 0.4) และ u_* เป็น ความเร็วเฉือน ซึ่งสามารถหาได้จากความสัมพันธ์ของ

$$u_* = C_d \sqrt{u^2 + v^2} \tag{6}$$

ในงานวิจัยนี้ได้ประยุกต์ใช้ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของแมนนิงในสมการข้างต้น เมื่อจัดสมการใหม่แล้วนำมาแสดงในพจน์ของความเค้นเฉือนไร้มิติ (τ_*) สามารถเขียนได้เป็น



$$\tau_* = \frac{n^2(u^2 + v^2)}{s_g g d^{1/3}} \quad (7)$$

โดยที่ n เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของแมนนิ่ง (คำนวณจากสมการความสัมพันธ์ของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเม็ดตะกอน), s_g เป็น ความถ่วงจำเพาะของเม็ดตะกอนทรายในน้ำ, d เป็น ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของเม็ดตะกอนทราย และ g เป็น ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

2.2 สมการขนส่งตะกอน

ในงานวิจัยนี้ประยุกต์ใช้สมการคำนวณปริมาณตะกอนที่ขนส่งของ Ashida และ Michiue [9] เพื่อคำนวณหาปริมาณตะกอนต่อหนึ่งหน่วยความกว้างของแนวแกน x (q_{bx}) เขียนได้เป็น

$$\frac{q_{bx}}{\sqrt{s_g g d^3}} = 17\tau_*^{3/2} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \left(1 - \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}}\right) \quad (8)$$

โดยที่ τ_* เป็น ความเค้นเฉือนไร้มิติ และ τ_{*c} เป็น ความเค้นเฉือนวิกฤติไร้มิติ และปริมาณของตะกอนในทิศทางตั้งฉากกับการไหล (q_{by}) สามารถคำนวณจากสมการของ Hasegawa [10] ที่ได้คำนึงถึงการไหลลักษณะที่สอง (Secondary flow) เอาไว้ด้วย สามารถเขียนได้ดังนี้ คือ

$$\frac{q_{by}}{\sqrt{s_g d^3}} = q_{bx} \left(\frac{v}{u} - N_* \frac{h}{r_*} - \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{v_s v_k \tau_*}} \frac{\partial z_b}{\partial y} \right) \quad (9)$$

โดยที่ N_* เป็น ค่าคงที่ของ Engelund และ r_* เป็น รัศมีโค้งตามเส้นการไหล ซึ่งรัศมีโค้งตามเส้นการไหล (Stream line) สามารถคำนวณได้จากความสัมพันธ์ของ

$$\frac{1}{r_*} = \frac{1}{(u^2 + v^2)^{3/2}} \left\{ u \left(u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial x} \right) + v \left(u \frac{\partial v}{\partial y} - v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right\} \quad (10)$$

และสมการต่อเนื่องของตะกอนที่ขนานน้ำเขียนได้เป็น

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left[\frac{\partial q_{bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{by}}{\partial y} \right] = 0 \quad (11)$$

โดยที่ λ เป็น สัดส่วนช่องว่างของเม็ดตะกอน

2.3 การแปลงระบบพิกัด

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการแปลงระบบพิกัดจาก (x, y, t) ของสมการพื้นฐานข้างต้นให้เป็นระบบพิกัดเคลื่อนที่แบบปรับเปลี่ยนสภาพขอบเขต (ξ, η, τ) โดยประยุกต์ใช้กฎลูกโซ่ ซึ่งรายละเอียดของการแปลงระบบพิกัดได้มีดังนี้ คือ

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_t & \xi_t & \eta_t \\ \tau_x & \xi_x & \eta_x \\ \tau_y & \xi_y & \eta_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \tau} \\ \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{pmatrix} \quad (12)$$

และพจน์ส่วนประกอบของความเร็วเขียนได้เป็น

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \eta_y & -\xi_y \\ -\eta_x & \xi_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^\xi \\ v^\eta \end{pmatrix} \quad (13)$$



โดยที่ u_ξ, v_η เป็น ส่วนประกอบความเร็วในทิศทาง ξ, η, τ เป็น เวลา และ J เป็น ค่า Jacobian ซึ่งสามารถคำนวณได้จาก

$$J = \tau_r \xi_x \eta_y + \xi_r \eta_x \tau_y + \eta_r \tau_x \xi_y - \eta_r \xi_x \tau_y - \xi_r \tau_x \eta_y - \tau_r \eta_x \xi_y \quad (14)$$

เมื่อนำความสัมพันธ์ข้างต้นใน (12) – (14) มาประยุกต์ใช้กับสมการพื้นฐานการไหลของน้ำและสมการขนส่งตะกอนก็จะได้ว่า

- สมการการไหลต่อเนื่อง

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(\xi_r + u^\xi) \frac{h}{J} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[(\eta_r + u^\eta) \frac{h}{J} \right] = 0 \quad (15)$$

- สมการโมเมนตัม

$$\frac{\partial u^\xi}{\partial \tau} + (\xi_r + u^\xi) \frac{\partial u^\xi}{\partial \xi} + (\eta_r + u^\eta) \frac{\partial u^\xi}{\partial \eta} + \alpha_1 u^\xi u^\xi + \alpha_2 u^\xi u^\eta + \alpha_3 u^\eta u^\eta - D_\xi \quad (16)$$

$$= -g \left[(\xi_x^2 + \xi_y^2) \frac{\partial H}{\partial \xi} (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial H}{\partial \eta} \right] - \frac{C_f u^\xi}{hJ} \sqrt{(\eta_y u^\xi + \xi_y u^\eta)^2 + (-\eta_x u^\xi - \xi_x u^\eta)^2}$$

$$\frac{\partial u^\eta}{\partial \tau} + (\xi_r + u^\xi) \frac{\partial u^\eta}{\partial \xi} + (\eta_r + u^\eta) \frac{\partial u^\eta}{\partial \eta} + \alpha_4 u^\xi u^\xi + \alpha_5 u^\xi u^\eta + \alpha_6 u^\eta u^\eta - D_\eta \quad (17)$$

$$= -g \left[(\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial H}{\partial \eta} (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial H}{\partial \xi} \right] - \frac{C_f u^\eta}{hJ} \sqrt{(\eta_y u^\xi + \xi_y u^\eta)^2 + (-\eta_x u^\xi - \xi_x u^\eta)^2}$$

- สมการการไหลต่อเนื่องของตะกอน

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{z_b}{J} \right) + \frac{1}{1-\lambda} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{q^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{q^\eta}{J} \right) \right] = 0 \quad (18)$$

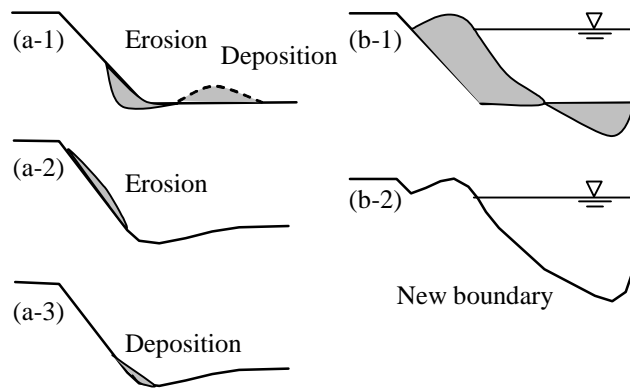
โดยที่ α_{1-6} เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ของการแปลงระบบพิกัด และ q_ξ, q_η เป็น ปริมาณตะกอนที่ขนานน้ำตามทิศทางการไหลกับทิศทางตั้งฉากกับทิศทางการไหล ตามลำดับ

$$\alpha_1 = \xi_x \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \xi_y \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2}, \quad \alpha_2 = 2 \left(\xi_x \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \xi_y \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \right), \quad \alpha_3 = \xi_x \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} + \xi_y \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2},$$

$$\alpha_4 = \eta_x \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \eta_y \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2}, \quad \alpha_5 = 2 \left(\eta_x \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \eta_y \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \right), \quad \alpha_6 = \eta_x \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} + \eta_y \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2},$$

$$D^\xi = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\tau_{\xi\xi}}{\rho} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\tau_{\eta\xi}}{\rho} \right], \quad D^\eta = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\tau_{\xi\eta}}{\rho} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\tau_{\eta\eta}}{\rho} \right]$$

รูปแบบของการพังทลายและ/หรือการทับถมของตะกอนดินบริเวณตลิ่งนั้นมีสองรูปแบบใหญ่ๆ ด้วยกัน กล่าวคือ เมื่อเกิดตลิ่งพังและมีการทับถมในส่วนที่อยู่ต่ำกว่าระดับผิวน้ำ (ภาพที่ 2(a)) กับเกิดการทับถมขึ้นเป็นเนินหรือเกาะดินที่มีความสูงมากกว่าระดับผิวน้ำอิสระ (ภาพที่ 2(b)) ในการคำนวณจะต้องทำการปรับเปลี่ยนตำแหน่งของพิกัดใหม่ทุกครั้ง โดยในการศึกษานี้ใช้วิธีการขยับตำแหน่งของแนวเส้นกลางของแม่น้ำ



ภาพที่ 2 การเปลี่ยนแปลงรูปแบบของแม่น้ำ (a) การกัดเซาะของท้องน้ำและตลิ่ง (b) การทับถมของท้องน้ำและตลิ่ง

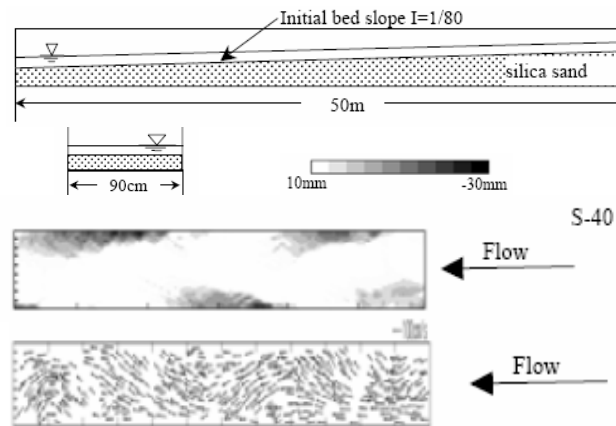
3. วิธีการคำนวณ

ในงานวิจัยนี้ได้นำเอากระบวนการไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ตามแบบวิธี CIP นำเสนอโดย Yabe และคณะ [1๓] มาใช้ประยุกต์ในการแก้ระบบสมการพื้นฐานข้างต้น ซึ่งรายละเอียดของขั้นตอนการประยุกต์ใช้วิธี CIP และการคำนวณมีดังนี้ คือ ขั้นแรกวิธี CIP จะทำการแยกสมการโมเมนต์ออกเป็นสองส่วน กล่าวคือ เทอมการพา (Advection terms) กับ เทอมการกระจาย (Diffusion terms) โดยส่วนของส่วนแรกจะทำการคำนวณและแก้ระบบสมการเชิงจำนวนโดยใช้เทคนิคสอดแทรกสมการเชิงเส้นกำลังสาม และส่วนเทอมหลังจะแก้ระบบสมการเชิงจำนวนโดยวิธีการทำซ้ำ ก็จะได้ค่าผลเฉลยเชิงจำนวนของค่าทางชลศาสตร์ เช่น ความลึก ความเร็ว และอัตราการไหล เป็นต้น ในเวลาใหม่ ซึ่งผลการคำนวณจะมีความแม่นยำเป็นค่ายกกำลังสองในมิติของระยะทาง ในขั้นตอนถัดมาจะคำนวณหาปริมาณตะกอนท้องน้ำและการพังทลายของตลิ่งในเวลาใหม่โดยใช้ข้อมูลจากขั้นตอนแรก และในขั้นตอนสุดท้ายจะเป็นการปรับแก้ค่าทางชลศาสตร์สำหรับเวลาใหม่โดยใช้ค่าผลเฉลยที่คำนวณได้จากทั้งสองขั้นตอนที่กล่าวข้างต้น ทั้งนี้ก่อนจะเริ่มทำการคำนวณในเวลาใหม่ต่อไปใดๆ ก็จะต้องดำเนินการปรับแก้ระบบพิกัดใหม่ทุกๆ ครั้ง (Shimizu และคณะ [13])

4. การสอบเทียบและการประยุกต์ใช้แบบจำลอง

4.1 การสอบเทียบแบบจำลอง

ขั้นตอนการสอบเทียบแบบจำลองได้นำผลการคำนวณของแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่มีสภาพเริ่มต้นเป็นเส้นตรงทดลองโดย Watanabe และคณะ [14] ที่รางน้ำเปิดมีขนาดความยาว 50.0 เมตร x ความกว้าง 0.9 เมตร หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ในการทดลอง S-40 (การไหลแบบคงที่) มีความลาดของท้องน้ำ 1/83 อัตราการไหลคงที่เท่ากับ 0.76 ลิตรต่อวินาที และขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของเม็ดตะกอนเท่ากับ 0.75 มิลลิเมตร (รูปที่ 3) จากผลการทดลองได้ลักษณะพื้นฐานของท้องน้ำเป็นสันดอนทรายแบบสลับ (Alternated bar) มีร่องน้ำลึกที่ถูกกัดเซาะ (สีเข้ม) กับสันดอนทราย (สีจาง) ที่เกิดการทับถมของตะกอนสลับกันไปมา ซึ่งก็จะสามารถสังเกตพบเช่นเดียวกันในรูปแสดงเวกเตอร์การไหลในรูปด้านล่างถัดลงไป ผลการทดลองได้ค่าเลขคลื่น $\lambda = 0.45$ และความสูงคลื่นแบบไร้มิติ $Z_b = 2.80$

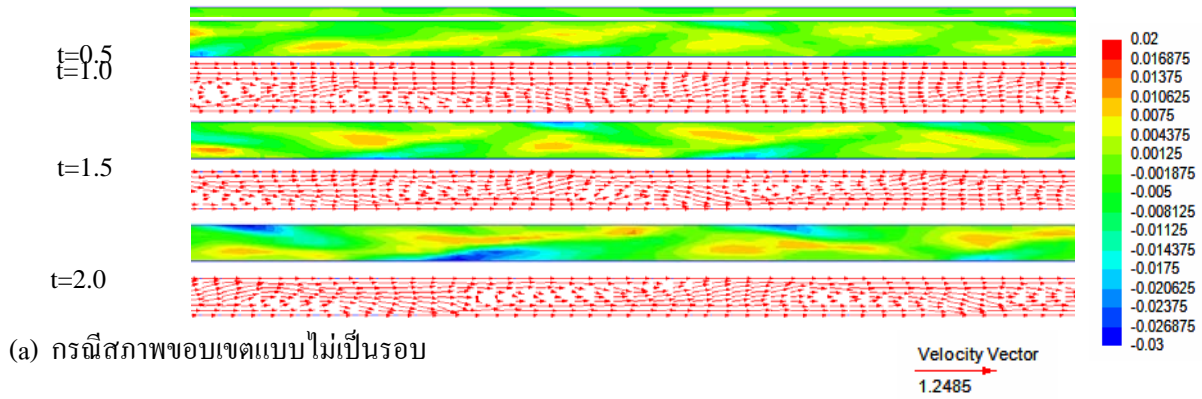


ภาพที่ 3 ชุดการทดลองและผลการทดลอง S-40 ของ Watanabe และคณะ

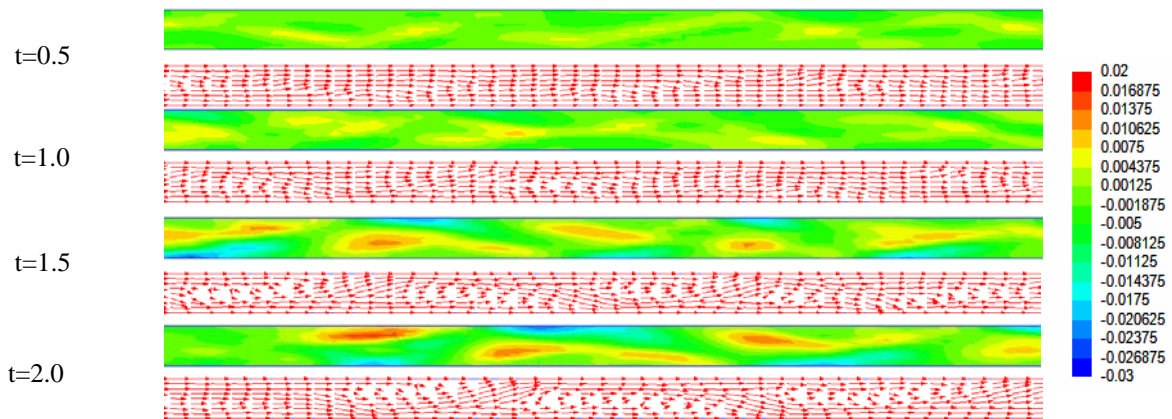
ภาพที่ 3 แสดงผลการคำนวณที่ได้แบบจำลองนี้ที่ใช้สภาพเริ่มต้นตามการทดลองของ Watanabe และคณะ [14] แต่เนื่องจากถ้าสภาพเริ่มต้นของการคำนวณกรณีที่เป็นแม่น้ำตรงและสันฐานท้องน้ำเรียบนั้นในการคำนวณจะไม่มีสันดอนทรายหรือการกัดเซาะท้องน้ำเกิดขึ้น ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงทำการสร้างสภาพเริ่มต้นของการคำนวณของสันฐานท้องน้ำให้เป็นคลื่นขนาดเล็กๆ (Perturbation) ก่อน โดยวิธีให้ค่าแบบสุ่ม (Random) ได้ถูกเลือกนำมาใช้ในงานวิจัยนี้ จากนั้นจึงทำการทดสอบขอบเขตด้านบนของการคำนวณ โดยแยกออกเป็น 2 แบบ คือ แบบไม่เป็นรอบ (non-Periodic) กับแบบเป็นรอบ (Periodic) กล่าวคือ ในแบบแรกค่าตัวแปรต่างๆ ทางชลศาสตร์จะได้จากการคำนวณของอัตราการไหลเข้า ส่วนแบบหลังจะใช้ค่าทางชลศาสตร์ของด้านท้ายน้ำยกขึ้นมาเป็นสภาพขอบเขตด้านบน

ภาพที่ (4a) เป็นผลการคำนวณการเปลี่ยนแปลงของรูปสันฐานท้องน้ำ (รูปบน) และเวกเตอร์การไหล (รูปล่าง) มีทิศทางการไหลจากด้านซ้ายมือ ไปด้านขวามือ กรณีสภาพขอบเขตด้านบนเป็นแบบไม่เป็นรอบ จากรูปอนุกรมเวลาพบว่าสันดอนทรายแบบสลับ ซึ่งเป็นแบบเดียวกันกับผลการทดลองของ Watanabe และคณะ โดยสันดอนทรายจะค่อยๆ พัฒนาการขึ้นตามเวลาที่ผ่านไป เมื่อเวลา $t = 0.5$ ชั่วโมงจะมีขนาดเล็กๆ ยังไม่ชัดเจนมากนัก เมื่อเวลาผ่านไปจนถึง $t = 2.0$ ชั่วโมงรูปสันฐานท้องน้ำได้พัฒนาเข้าสู่สภาวะสมดุล พบว่ามีทั้งส่วนที่ตะกอนทรายทับถมสูงขึ้นกับถูกกัดเซาะลึกลงไปมีค่าประมาณ 1 ถึง -3 เซนติเมตร ตามลำดับ ซึ่งจะเกิดการกัดเซาะลึกมากกว่าผลการทดลอง และค่าเลขคลื่น $\lambda = 0.61$

ส่วนในภาพที่ (4b) เป็นผลการคำนวณกรณีสภาพขอบเขตด้านบนเป็นแบบเป็นรอบมีรูปสันฐานท้องน้ำเหมือนกับกรณีข้างต้น แต่พบว่าลักษณะการพัฒนารูปของสันดอนทรายแบบสลับจะสังเกตเห็นได้อย่างชัดเจนกว่าเมื่อการเปลี่ยนแปลงเข้าสู่สภาวะสมดุล มีทั้งส่วนที่ตะกอนทรายทับถมสูงขึ้นกับถูกกัดเซาะลึกลงไปมีค่าประมาณ 2 ถึง -2.5 เซนติเมตร ตามลำดับ มีความลึกของการกัดเซาะลึกและความหนาที่ตะกอนทับไถลี้เคียงกับผลการทดลองและค่าเลขคลื่น $\lambda = 0.67$ จะพบว่าค่าเลขคลื่นที่ได้จากการคำนวณของทั้งสองกรณีมีค่ามากกว่าที่ได้จากผลการทดลองของ Watanabe และคณะ

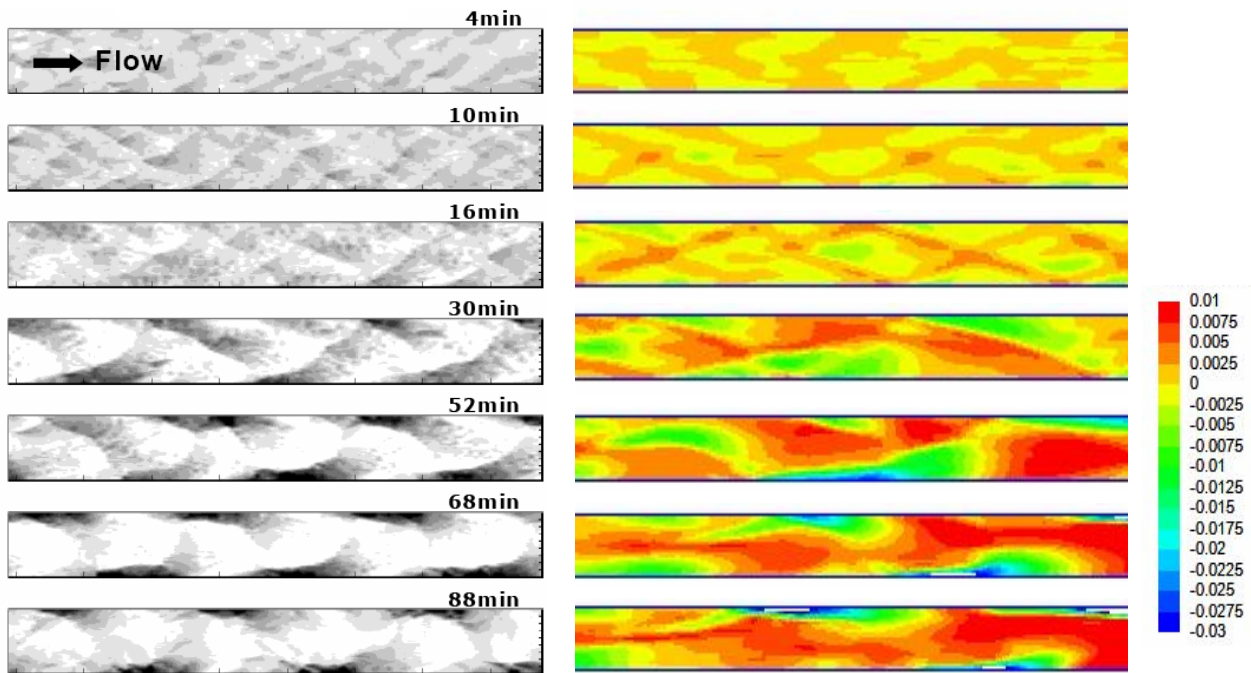


(a) กรณีสภาพขอบเขตแบบไม่เป็นรอบ



(b) กรณีสภาพขอบเขตแบบเป็นรอบ

ภาพที่ 4 ผลการคำนวณการเปลี่ยนแปลงรูปร่างฐานท้องน้ำ (รูปบน) และเวกเตอร์การไหล (รูปล่าง) ของกรณีสภาพขอบเขต (a) แบบไม่เป็นรอบ และ (b) แบบเป็นรอบ เมื่อเวลา $t = 0.5$ 1.0 1.5 และ 2.0 ชั่วโมง ตามลำดับ

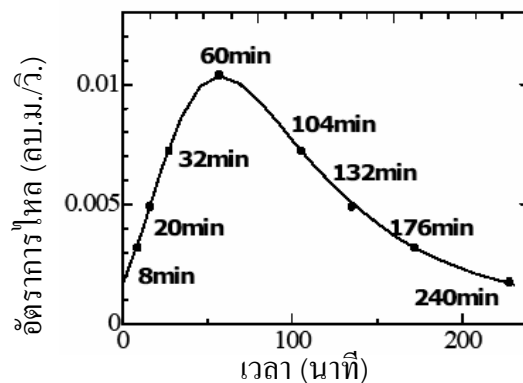


ภาพที่ 5 อนุกรมเวลาเปรียบเทียบผลการทดลองกับผลการคำนวณการเปลี่ยนแปลงรูปร่างฐานท้องน้ำ เมื่อเวลา $t = 4$ 10 16 30 52 68 และ 88 นาที ตามลำดับ



สำหรับในการทดลอง U-50 (การไหลแบบไม่คงที่) มีความลาดของท้องน้ำ 1/80 อัตราการไหลเข้าด้านเหนือน้ำเป็นเส้นโค้งอัตราการไหลที่มีอัตราการไหลสูงสุดเท่ากับ 10.3 ลิตรต่อวินาที และขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของเม็ดตะกอนเท่ากับ 0.76 มิลลิเมตร

ในภาพที่ (5a, b) เป็นอนุกรมเวลาเปรียบเทียบผลการทดลองกับผลการคำนวณการเปลี่ยนแปลงของรูปสัณฐานท้องน้ำซึ่งมีทิศทางการไหลจากด้านซ้ายมือไปด้านขวามือ กรณีสภาพขอบเขตด้านบนเป็นแบบไม่เป็นรอบ โดยการไล่ค่าความแปรปรวนขนาดเล็กเข้าไปในการไหลของสภาพขอบเขต จากรูปอนุกรมเวลาพบว่าผลการคำนวณของสัณฐานท้องน้ำโดยแบบจำลองคณิตศาสตร์นั้น สัณฐานท้องน้ำมีการพัฒนาการเรื่อยๆ ตามเวลาที่เปลี่ยนไปเมื่อเข้าสู่สภาวะสมดุลก็จะเป็นรูปสัณฐานแบบสลับ ซึ่งเป็นแบบเดียวกันกับผลการทดลองของ Watanabe และคณะ โดยสันดอนทรายจะค่อยๆ พัฒนาการขึ้นตามเวลาที่ผ่านไป เมื่อเวลา $t = 4$ จนถึง 16 นาทีจะมีการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยที่ยังไม่ชัดเจนมากนักและมีความสลับซับซ้อนสูง เมื่อเวลาผ่านไปจนถึง $t = 30$ นาทีเริ่มสังเกตเห็นเป็นสัณฐานท้องน้ำแบบสลับ จากนั้นก็ได้พัฒนาเป็นรูปแบบที่ชัดเจนมากขึ้นจนเข้าสู่สภาวะสมดุล พบว่ามีปริมาณตะกอนทรายทับถมเป็นสันดอนทรายมากกว่าจากผลการทดลอง จะมีทั้งส่วนที่ตะกอนทรายทับถมสูงขึ้นกับถูกกัดเซาะลึกลงไปโดยมีค่าอยู่ระหว่างประมาณ 1 ถึง -3 เซนติเมตร ตามลำดับ แต่อย่างไรก็ตามความยาวคลื่นของสัณฐานท้องน้ำที่ได้จากการคำนวณนั้นจะยาวกว่าผลที่ได้จากการทดลองประมาณ 2 เท่า

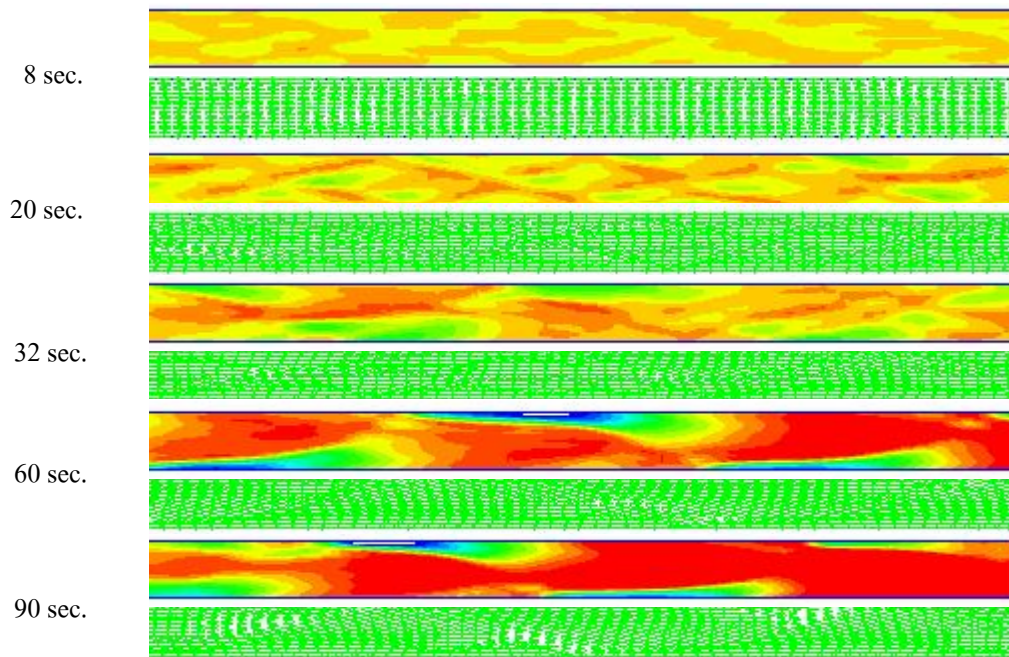


ภาพที่ 6 เส้นโค้งน้ำหลากที่ใช้เป็นข้อมูลป้อนเข้า

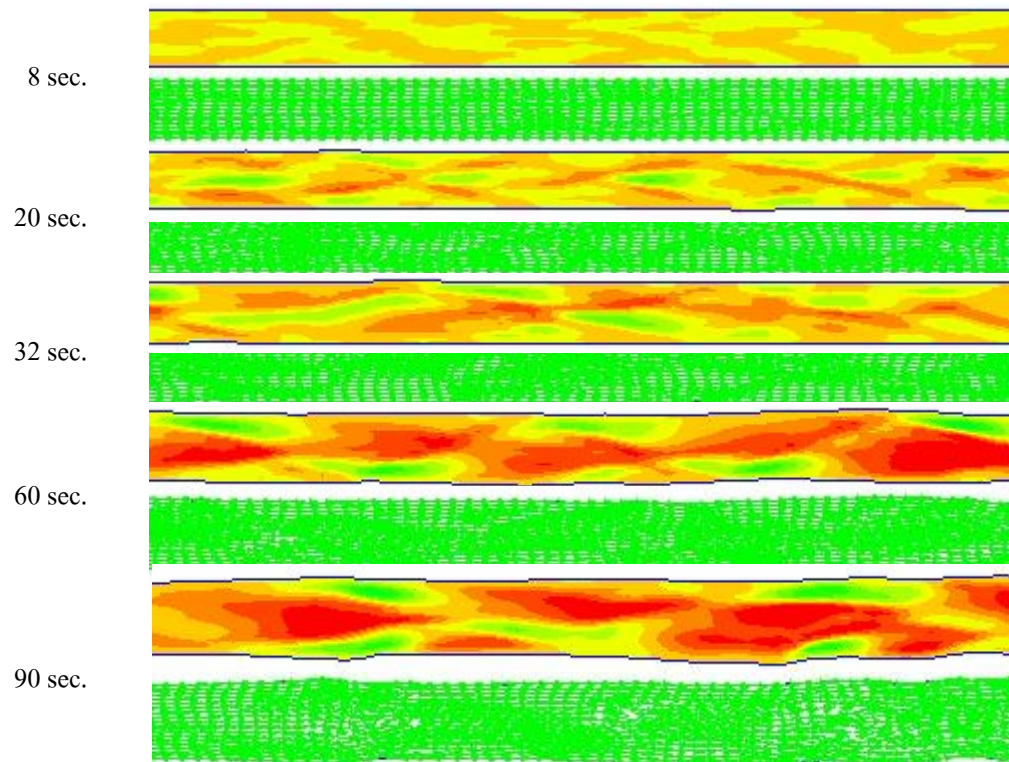
4.2 การประยุกต์ใช้แบบจำลอง

สำหรับขั้นตอนการประยุกต์ใช้แบบจำลองนั้นได้นำเอาแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นไปคำนวณโดยใช้สภาพเริ่มต้นเหมือนกันกับขั้นตอนการปรับแก้แบบจำลอง กล่าวคือมีความลาดของท้องน้ำ 1/80 และขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของเม็ดตะกอนเท่ากับ 0.76 มิลลิเมตร แต่เปลี่ยนแปลงเส้นโค้งน้ำหลากที่ใช้เป็นข้อมูลป้อนเข้าของสภาพขอบเขตด้านบน ซึ่งมีลักษณะเป็นเส้นโค้งอัตราการไหลที่มีอัตราการไหลสูงสุดเท่ากับ 10.3 ลิตรต่อวินาที เท่ากับขั้นตอนการปรับแก้แบบจำลอง (รูปที่ 6) แต่มีขยายเวลาให้เป็นสองเท่า โดยจะแยกการคำนวณออกเป็นสองกรณี คือ กรณี (A) เมื่อไม่มีการกัดเซาะของตลิ่ง กับกรณี (B) เมื่อมีการกัดเซาะของตลิ่งด้วย ซึ่งในกรณีแบบหลังนี้แม่น้ำจะมีการเปลี่ยนแปลงในรูปแปลนและเกิดการวัดโค้งของแม่น้ำ

ภาพที่ 7 เป็นอนุกรมเวลาของผลการคำนวณการเปลี่ยนแปลงรูปสัณฐานท้องน้ำกับรูปแปลน (รูปบน) กับเวกเตอร์การไหล (รูปล่าง) ของกรณี (A) เมื่อสภาพเริ่มต้นเป็นแม่น้ำเส้นตรงและไม่มีกัดเซาะ



ภาพที่ 7 อนุกรมเวลาผลการคำนวณการเปลี่ยนแปลงรูปสัณฐานท้องน้ำของกรณิ (A) เมื่อไม่มีการกีดขวางของตลิ่ง เมื่อเวลา $t = 8$ 20 32 60 และ 90 นาที ตามลำดับ



ภาพที่ 8 อนุกรมเวลาผลการคำนวณการเปลี่ยนแปลงรูปสัณฐานท้องน้ำของกรณิ (B) เมื่อมีการกีดขวางของตลิ่ง เมื่อเวลา $t = 8$ 20 32 60 และ 90 นาที ตามลำดับ



ตลิ่ง เมื่อเวลาผ่านไปไม่กี่ชั่วโมงแรกจะพบว่าสันฐานท้องน้ำเริ่มมีการเปลี่ยนแปลงแบบช้าๆ มีการพัฒนาการของสันดอนทรายแบบสลับ และมีความสลับซับซ้อนสูง เมื่อเวลาผ่านไป 60 นาที จะมีสันดอนทรายแบบสลับอย่างเด่นชัด เมื่อเทียบกับการพัฒนารูปสันฐานท้องน้ำในรูปที่ 5 จะพบว่ามีการพัฒนาที่ช้ากว่าตามลักษณะของเส้นโค้งอัตราการไหลที่ได้เข้าไปเป็นสภาพขอบเขตด้านบน อย่างไรก็ตามเมื่อผ่านอัตราการไหลสูงสุดไปแล้วจะมีสภาพสันฐานท้องน้ำที่คล้ายคลึงกัน ความลึกของการทับถมกับการกัดเซาะมีค่าอยู่ระหว่างประมาณ 1 ถึง -3 เซนติเมตร ตามลำดับ

ส่วนกรณี (B) ที่เป็นการไหลแบบไม่คงที่และมีการพังทลายของตลิ่งด้วยนั้นจะพบว่าสันฐานท้องน้ำจะค่อยๆ เปลี่ยนแปลงเกิดสันทรายแบบสลับพร้อมๆ กับการขยายความกว้างของแม่น้ำ ดังนั้นพัฒนาการของการเปลี่ยนแปลงรูปสันฐานท้องน้ำจะเกิดขึ้นช้ากว่ากรณี (A) ที่เห็นได้อย่างชัดเจนกว่า การกัดเซาะของตลิ่งทำให้รูปแปลนของแม่น้ำเริ่มมีความคดโค้งขึ้น เมื่อเวลาการคำนวณผ่านไป 90 นาที ความกว้างของแม่น้ำมีค่าประมาณ 1.5 เท่าของแม่น้ำในสภาพเริ่มต้นและยังไม่มีสันดอนทรายโผล่ขึ้นมาเหนือผิวน้ำ ส่วนความลึกของการทับถมกับการกัดเซาะลึกจะมีขนาดใกล้เคียงกันกับกรณี (A) แต่ความลึกกัดเซาะจะน้อยกว่าเล็กน้อย

แต่อย่างไรก็ตามเมื่อทำการคำนวณต่อไปเรื่อยๆ จะมีสันดอนทรายโผล่ขึ้นมาเหนือน้ำทำให้การคำนวณไม่มีเสถียรภาพ เนื่องจากโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมาในงานวิจัยนี้ยังไม่สมบูรณ์ ซึ่งจะต้องทำการแก้ไขให้ถูกต้องและจะขอแนะนำเสนอในโอกาสต่อไป

5. สรุป

งานศึกษานี้ได้พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงสันฐานท้องน้ำโดยใช้กระบวนการไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ตามแบบวิธี CIP พบว่าผลการคำนวณในขั้นตอนการสอบเทียบคล้ายคลึงกับผลการทดลองในรางน้ำเปิดกรณีสภาพขอบเขตด้านบนเป็นแบบการไหลไม่คงที่ พบว่าสามารถลอกเลียนรูปแบบสันฐานของท้องน้ำ ตลอดจนความลึกของทับถมสูงกับการกัดเซาะลึกอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ แต่ความยาวของคลื่นสันทรายจะยาวกว่าผลการทดลอง ได้นำไปประยุกต์คำนวณกับกรณีไม่มีกับการพังทลายของตลิ่งของแม่น้ำที่สภาพเริ่มต้นของลำน้ำเป็นเส้นตรง พบว่าได้ผลการคำนวณถึงพฤติกรรมของการเปลี่ยนรูปสันฐานของท้องน้ำดังที่คาดไว้ในระดับที่น่าพึงพอใจ

6. เอกสารอ้างอิง

- [1] Langbein, W.E. and Leopold, L.B., 1966. River Meanders, a Theory of Minimum Variance, U.S Geol. Surv. Prof. Pap., 422-H, 15.
- [2] Kinoshita, R., 1961, Investigation of Channel Deformation in Ishikari River, Report to Bureau of Resources, Hokkaido, Japan. (in Japanese)
- [3] Kinoshita, R. and Miwa, H., 1974, "River Channel formation which Represents Downstream Translation of Transverse Bars", Sinsabo, Vol.94, pp.12-17 : (in Japanese).
- [4] Hickin, E.J., 1974, "The Development of Meanders in Natural River-channels", American J. Science, Vol.274, pp.414-442.



- [5] Parker, G., Diplas, P. and Akiyama, J., 1983, Meanders Bends on High Amplitude, *J. Hydraulic Engineering (ASCE)*, Vol.109(10) : pp.139-156.
- [6] Parker, G. and Andrews, E.D., 2003, On the Time Development of Meanders Bends, *J. Fluid Mechanic (JFM)*, Vol.162, pp.139-156.
- [7] Hasekawa, K., 1984, Hydraulic research on planimetric forms, bed topographies and flow in alluvial rivers., PhD Dissertation, Hokkaido University, Sapporo, Japan. (in Japanese)
- [8] Hasekawa, K. and Yamaoka, I., 1984, “Phase Shifts of Pools and Their Depths in Meander Bends”, *Proc. River’83*, edited by C.M., Elliot, ASCE, pp.885-895.
- [9] Yamaoka, I. and Hasekawa, K., 1984, “Effects of Bends and Alternate Bars on Meander Evolution”, *Proc. River’83*, edited by C.M., Elliot, ASCE, pp.783-793.
- [10] Colombini, M., Seminara, G., and Tubino, M., 1986, Equilibrium amplitude of alternate bars *Proc.*, 3rd Int. Symp. on River Sedimentation, pp.675–684.
- [11] Ashida, K., and Michiue, M., 1972, Study on hydraulic resistance and bedload transport rate in alluvial streams, *Proc. JSCE*, Vol.201 : pp.59-69. (in Japanese)
- [12] Kovacs, A. and Parker, G., 1994, “A New Vectorial Bedload Formulation and its Application to the Time Evolution of Straight River Channels”, *J. Fluid Mechanics (JFM)*, Vol.268, pp.153-183.
- [13] Watanabe, H, Sato, K., and Oyama, F., 2004, Experimental Study in Bar Formation Under Unsteady Flow Condition, *River Flow*, Napoli, Italy : pp.445-286.
- [14] Beck, S.M., 1988, “Computer-simulated Deformation of Meandering River Pattern”, PhD Dissertation, University of Minnesota, Minneapolis, Minnesota, USA.
- [15] Shimizu, Y., Hirano, N. and Watanabe, Y., 1996, Numerical calculation of bank erosion and free meandering, *Annu. J. Hydraulics Engineering (JSCE)*, Vol.40 : pp.921-926. (in Japanese)
- [16] Jang, C.L. and Shimizu, Y. and Mizuzaki, T., 2003, “Vegetation Effects in Braided River with Erodible Banks”, *Annu. J. Hydraulic Engineering (JSCE)*, Vol.47, pp.985-990.
- [17] Wongsa, S., and Shimizu, Y., 2006, Numerical simulation of bed deformation in meandering and braiding Channels, *Proc. Veitnam-Japan Workshop*, Vol.2 : pp.35-45.
- [18] สนิท วงษา, 2549, การเปลี่ยนแปลงรูปแบบร่องน้ำในแม่น้ำที่คดเคี้ยวโดยใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์, รายงานการประชุมทางวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติครั้งที่11, WRE011, หน้า 1-6.
- [19] Yabe, T., Ishikawa, T., Kadota, Y. and Ikeda, F., 1990. A numerical cubic-interpolated pseudoparticle (CIP) method without time splitting technique for hyperbolic equations, *J. Physics Society*, Vol.59(7) : pp.2301-2304.